Nom, Prénom : ______________________ **CLASSE :** ______

Instructions : Utilise une ou plusieurs feuilles A4 pour répondre à ce questionnaire.

— Pour chaque question à choix multiples, une ou plusieurs affirmations peuvent être correctes.
  — Aucune justification n'est requise.
  — Indique les lettres correspondant à toutes les affirmations correctes pour chaque question (n'oublie pas de bien les numéroter).

— La dernière question est une question ouverte et nécessite un raisonnement.

— Tu dois rendre ce questionnaire avec tes solutions.

1 Laquelle de ces variables est une variable aléatoire continue ?

A. Le nombre de femmes mesurant plus de 172 centimètres dans un échantillon aléatoire de 5 femmes.

B. Le nombre de bonnes réponses données au hasard à un QCM.

C. Le temps qu'un étudiant pris au hasard met pour terminer un examen.

D. Le nombre de tatouages qu'une personne choisie au hasard possède.

Solution: Une variable aléatoire continue est une variable qui peut prendre une infinité de valeurs non dénombrables dans un intervalle donné. Le temps est une mesure continue car il peut prendre n'importe quelle valeur dans un intervalle de temps donné (par exemple, un étudiant peut mettre 45 minutes et 30,5 secondes pour terminer un examen).

Les autres options décrivent des variables aléatoires discrètes, car elles prennent des valeurs dénombrables :

— Le nombre de femmes mesurant plus de 172 centimètres dans un échantillon aléatoire de 5 femmes.

— Le nombre de bonnes réponses données au hasard à un QCM.

— Le nombre de tatouages qu'une personne choisie au hasard possède.

Ces variables ne peuvent prendre que des valeurs entières et dénombrables.

2 Les rythmes cardiaques des hommes adultes suivent approximativement une loi normale de moyenne 70 et d'écart-type 8. Quelle option décrit correctement comment trouver la proportion d'hommes ayant un rythme cardiaque supérieur à 78 ?

A. Trouver l'aire à droite de $z = 1$ sous la courbe normale centrée réduite.

B. Trouver l'aire à gauche de $z = -1$ sous la courbe normale centrée réduite.

C. Trouver l'aire à gauche de $z = 1$ sous la courbe normale centrée réduite.

D. Trouver l'aire entre $z = -1$ et $z = 1$ sous la courbe normale centrée réduite.

Solution: Pour déterminer la proportion d'hommes ayant un rythme cardiaque supérieur à 78, nous devons d'abord standardiser la valeur 78 en utilisant la formule $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$ où $X = 78$, $\mu = 70$, et $\sigma = 8$.

On a $Z = \frac{78-70}{8} = 1$ et $\mathrm{P}(X \geq 78) = \mathrm{P}(Z \geq 1)$

Cela correspond à l'aire sous la courbe normale centrée réduite à droite de $z = 1$.

3 On considère une variable aléatoire $X \hookrightarrow \mathscr{B}(10;0,4)$.

A. $\mathrm{P}(X = 4) = C_{10}^{4}(0,4)^6(0,6)^4$

B. $\mathrm{E}(X) = 4$

C. $\sigma(X) = 2,4$

D. $P(X < 1) \approx 0,006$

Solution:

(a) FAUX Correction : La formule correcte est $P(X = 4) = C_{10}^{4}(0,4)^4(0,6)^6$

(b) VRAI Justification : L'espérance d'une variable aléatoire binomiale est donnée par $E(X) = n \times p = 10 \times 0.4 = 4$

(c) FAUX Correction : L'écart-type est $\sigma(X) = \sqrt{n \times p \times (1-p)} = \sqrt{2.4} \approx 1.55$

(d) VRAI Justification : $P(X < 1) = P(X = 0) = (0.6)^{10} \approx 0.006$

4 Une variable W suit une loi normale $\mathcal{N}(\mu = 100, \sigma = 5)$

A. $P(W \geq 50) = 0,25$

B. $P(W < 90) \approx 0,0228$

C. $P(95 \leq W \leq 105) \approx 0,68$

D. $P(W > 110) = 1 - P(W < 90)$

Solution:

(a) FAUX Correction : $P(W \geq 50)$ est presque égal à 1, car 50 est bien en dessous de la moyenne dans une loi normale centrée en 100.)

(b) VRAI Justification : $P(W < 90)$ est calculé en standardisant W et en utilisant la table de la loi normale centrée réduite.

(c) VRAI Justification : Cela correspond à environ un écart-type autour de la moyenne dans une loi normale.

(d) FAUX Correction : $P(W > 110) = 1 - P(W \leq 110)$

5 La taille moyenne des hommes est de 175 cm et environ 20 % des hommes mesurent plus de 182 cm. On suppose que les tailles suivent une distribution normale.

(a) (2 points) Déterminer l'écart-type de cette distribution.

Solution: On sait que :

$$P(X > 182) = 0,20 \implies P\left(Z > \frac{182-175}{\sigma}\right) = 0,20 \implies \frac{7}{\sigma} = 0,84 \implies \sigma = \frac{7}{0,84} \approx 8,33$$

(b) (2 points) Quelle est la probabilité qu'un homme mesure au moins 190 cm ?

Solution: On utilise $\sigma = 8,33$:

$$Z = \frac{190-175}{8,33} \approx 1,80 \implies P(X \geq 190) = P(Z \geq 1,80) \approx 0,0359$$

Donc environ 3,6 %.