

1 Produit cartésien

1° Combien de menus différents peut-on composer si on a le choix entre 3 entrées, 2 plats et 4 desserts?  $\#M = \#E \cdot \#P \cdot \#D = 3 \cdot 2 \cdot 4 = 24$

2° Une femme a dans sa garde-robe 4 jupes, 5 chemisiers et 3 vestes. Elle choisit au hasard une jupe, un chemisier et une veste. De combien de façons différentes peut-elle s'habiller?  $4 \cdot 5 \cdot 3 = 60$  façons

3° Deux équipes de hockey de 12 et 15 joueurs échangent une poignée de main à la fin d'un match : chaque joueur d'une équipe serre la main de chaque joueur de l'autre équipe. Combien de poignées de main ont été échangées?

Deux équipes ≠ ! chaque joueur de la première équipe doit serrer la main de tous les joueurs de la seconde

2 Arrangements avec répétition (p-listes)

Il y a donc  $12 \times 15 = 180$  poignées de main.

1° Un questionnaire à choix multiples, autorisant une seule réponse par question, comprend 15 questions. Pour chaque question, on propose 4 réponses possibles. De combien de façons peut-on répondre à ce questionnaire? 4 réponses possibles par question ⇒ répétition ⇒  $4^{15}$  possibilités

2° Raymond Queneau a écrit un ouvrage intitulé «Cent mille milliards de poèmes». Il est composé de 10 pages contenant chacune 14 vers. Le lecteur peut composer son propre poème de 14 vers en prenant le premier vers de l'une des 10 pages puis le deuxième vers de l'une des 10 pages et ainsi de suite jusqu'au quatorzième vers. Justifier le titre de l'ouvrage. 10 pages possibles ⇒ répétition ⇒  $10^{14}$

3° En informatique, on utilise le système binaire pour coder les caractères. Un bit (binary digit, chiffre binaire) est un élément qui prend la valeur 0 ou la valeur 1. Avec 8 chiffres binaires (un octet), combien de caractères peut-on coder? "0" ou "1" deux valeurs possibles ⇒ répétition (si 8) ⇒  $2^8 = 256$  caractères possibles

4° Combien peut-on former de numéros de téléphone à 8 chiffres?

5° Combien peut-on former de numéros de téléphone à 8 chiffres ne comportant pas le chiffre 0?

→  $4^2$  10 chiffres possibles ⇒ répétition ⇒  $\#NUMEROS = 10^8$ ; 5° pas de 0 ⇒ 9 chiffres possibles  $\#NUM = 9^8$

3 Permutations sans répétition

1° Combien y a-t-il de manières d'organiser le passage à l'examen oral dans un groupe de 24 élèves? → 24!

2° Les nombres 5, -1 et 3 constituent la solution d'un système de trois équations à trois inconnues. Donner tous les triplets différents qui peuvent être la solution de ce système. 24 places et 24 élèves ≠ ⇒ pas de répétition ⇒  $3!$  dans 3 solutions

3° Combien y a-t-il d'anagrammes du mot MATH?

4 lettres ≠ ⇒ pas de répétition ⇒ donc  $\#ANAGRAMES = 4!$  (pas de répét.)

4 Arrangements sans répétition

1° A l'occasion d'une compétition sportive groupant 18 athlètes, on attribue une médaille d'or, une d'argent, une de bronze. Combien y a-t-il de distributions possibles? 1<sup>er</sup>, 2<sup>ème</sup>, 3<sup>ème</sup> ⇒ ORDRE IMPORTANT un athlète ne peut avoir qu'une médaille ⇒ PAS DE REPETITION ⇒  $A_{18}^3 = 4896$

2° Un comité de 24 personnes constitue un bureau composé d'un président, d'un secrétaire et d'un trésorier. Combien y a-t-il de bureaux possibles? Président, secrétaire, trésorier ⇒ ORDRE IMPORTANT

5 Combinaisons sans répétition

une personne ne peut occuper qu'un seul rôle ⇒ PAS DE REPETITION d'où  $\#BUREAU = A_{24}^3 = 12144$  podiums possibles

1° Un comité de 24 personnes constitue un bureau de 3 personnes. Combien y a-t-il de bureaux possibles? et l'ordre n'est PAS IMPORTANT ⇒ choix de 3 personnes parmi 24 donc  $C_{24}^3 = 2024$

2° Un tournoi sportif compte 8 équipes engagées. Chaque équipe doit rencontrer toutes les autres une seule fois. Combien doit-on organiser de matchs? une rencontre = le choix de 2 équipes parmi 8

3° Au loto, il y a 49 numéros. Une grille de loto est composée de 6 de ces numéros. Quel est le nombre de grilles différentes?  $C_{49}^6 = \frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \dots$

4° De combien de façons peut-on choisir 3 femmes et 2 hommes parmi 10 femmes et 5 hommes?

choix des hommes →  $C_5^2$

choix des femmes →  $C_{10}^3$

un choix de 3 femmes et 2 hommes parmi 10F et 5H est un élément du produit cartésien donc  $\#CHOIX = C_5^2 \cdot C_{10}^3 = 1100$