1 Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par
$$f(x) = \frac{2x}{x^2+25}.$$
Etudier la fonction f et dresser son tableau de variation. Trouver $Im(f)$. La fonction f est-elle injective ?

2 Montrer que la fonction $f :]-1,0[\longrightarrow]0,1[$ définie par
$$f(x) = \sqrt{1-x^2}$$
est bijective. Calculer sa fonction réciproque f^{-1}.

3 Montrer que la fonction $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par
$$f(x) = x^3 + x - 2$$
est bijective. Donner l'équation de la tangente à la courbe $y = f^{-1}(x)$ au point $x = 0$.

4 Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ définie par
$$f(x) = \frac{2x}{1+x^2}.$$

(a) f est-elle injective ? surjective ?
(b) Montrer que $f(\mathbb{R}) = [-1,1]$.
(c) Montrer que la restriction $g : [-1,1] \to [-1,1]$; $x \mapsto f(x)$ est une bijection.
(d) Retrouver ce résultat en étudiant les variations de f.

5 Soit la fonction $f :]2,+\infty[\to \mathbb{R}$; $x \mapsto \sqrt{\frac{x}{x-2}}$.

(a) Cette fonction est continue. Montrer qu'elle est aussi monotone. Que peut-on en conclure ?
(b) Montrer que $\mathbf{im}\, f =]1,+\infty[$. Déterminer $\mathbf{dom}\, f^{-1}$.
(c) Rechercher l'expression analytique de f^{-1}.