

**1** Calculer le déterminant des matrices suivantes :

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

**2** Factoriser le déterminant des matrices suivantes :

$$\begin{pmatrix} 1-x & 2 \\ 2 & 1-x \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x & x^2 & x^3 \\ y & y^2 & y^3 \\ z & z^2 & z^3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -a-x & a & 0 \\ b & -2b-x & b \\ 0 & a & -a-x \end{pmatrix}.$$

**3** Calculer (si elle existe) la matrice inverse de chacune des matrices suivantes :

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

**4** Calculer (si elle existe) la matrice inverse de chacune des matrices suivantes (on donne  $\alpha \in \mathbb{R}$ ) :

$$\begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ \sin \alpha & -\cos \alpha \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

**5** Si  $a$  est un réel donné, déterminer l'inverse de la matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & a & a^2 \\ 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

**6** Démontrer que si  $A$  est une matrice carrée qui vérifie  $A^2 - A + I = 0$  alors  $A$  est inversible et déterminer son inverse en fonction de  $A$ .