

1 Ajustement linéaire – substitution

Calculer les intégrales indéfinies suivantes

$$\begin{array}{llll} \text{(a)} \int 2(2x-1)^2 dx; & \text{(c)} \int 4(4x+3)^3 dx; & \text{(e)} \int \frac{1}{\sqrt{3x+1}} dx; & \text{(g)} \int \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}} dx; \\ \text{(b)} \int -(3-x)^3 dx; & \text{(d)} \int (2x+1)^{-4} dx; & \text{(f)} \int 2x(x^2+1)^5 dx; & \end{array}$$

2 Exercices mélangés

Calculer les intégrales (in)définies suivantes :

$$\begin{array}{llll} \text{(a)} \int \frac{x^2+1}{x^3} dx & \text{(b)} \int \frac{1}{(2x+3)^2} dx & \text{(c)} \int x \cdot e^{x^2-1} dx & \text{(d)} \int \cos x \cdot \sin^4 x dx \end{array}$$

3 Changement de variable

$$\begin{array}{llll} \text{(a)} \int \frac{1}{(1+x)\sqrt{x}} dx & \text{(c)} \int \frac{dx}{3+5x^2} & \text{(e)} \int \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}} & \text{(g)} \int \frac{dx}{\sqrt{20+8x-x^2}} \\ \text{(b)} \int \frac{dx}{4+x^2} & \text{(d)} \int \frac{dx}{x^2-2x+5} & \text{(f)} \int \frac{dx}{\sqrt{4-(x+2)^2}} & \end{array}$$

4 Intégration par partie

Calculer les intégrales indéfinies suivantes :

$$\begin{array}{llll} \text{(a)} \int x^2 \cdot e^x dx & \text{(d)} \int x \cdot \ln x dx & \text{(g)} \int \frac{\ln x}{x^2} dx & \text{(j)} \int e^{3x} \cos x dx \\ \text{(b)} \int x e^{2x} dx & \text{(e)} \int x^2 \ln x dx & \text{(h)} \int 3(x-1)^2 \ln(x) dx & \\ \text{(c)} \int x^2 e^{-x} dx & \text{(f)} \int \ln^3 x dx & \text{(i)} \int e^x \sin x dx & \end{array}$$

5 Intégration par parties - Répartition par niveau

(a) Niveau 1 : Calculer les intégrales définies suivantes :

$$\begin{array}{ll} \text{i. } I = \int_0^1 x \cdot e^x dx & \text{ii. } J = \int_1^e x^2 \ln x dx \end{array}$$

(b) Niveau 2 : Déterminer une primitive des fonctions suivantes :

$$\begin{array}{lll} \text{i. } x \mapsto \arctan(x) & \text{ii. } x \mapsto (\ln x)^2 & \text{iii. } x \mapsto \sin(\ln x) \end{array}$$

(c) Niveau 3 : Calculer les intégrales définies suivantes :

$$\begin{array}{lll} \text{i. } \int_1^2 \frac{\ln(1+t)}{t^2} dt & \text{ii. } \int_0^1 x(\arctan x)^2 dx & \text{iii. } \int_0^1 \frac{x \ln x}{(x^2+1)^2} dx \end{array}$$

6 Intégration de fonctions rationnelles

(a) Déterminer les constantes réelles a, b et c telles que $\frac{x^2-x-1}{x^2+2x+3} = a + \frac{bx+c}{x^2+2x+3}$

(b) Calculer

$$\int \frac{x^2-x-1}{x^2+2x+3} dx$$

7 Intégration de fonctions rationnelles

(a) Déterminer les constantes réelles p, q et r telles que :

$$\frac{2x-3}{x^2(x+2)} = \frac{p}{x} + \frac{q}{x^2} + \frac{r}{x+2}$$

(b) En déduire le calcul de

$$\int \frac{2x-3}{x^2(x+2)} dx$$

8 Intégration de fonctions rationnelles – Calculer :

(a) $\int \frac{2x}{(x-1)(2x+1)(x+2)} dx$

(b) $\int \frac{2x^2-3}{(x-1)^3(x+1)} dx$

(c) $\int \frac{x^3-1}{x^4-1} dx$

(d) $\int \frac{x^3}{x^2-x-2} dx$

(e) $\int \frac{3x-37}{x^2-3x-4} dx$

(f) $\int \frac{dx}{x^2+6x+8}$

(g) $\int \frac{2 dx}{(x-1)^2(x^2+1)}$