

NOM

NUMÉRO

UCLouvain

Prénom

page 1/4



ÉCOLE
POLYTECHNIQUE
DE LOUVAIN

UCLouvain - Trigonométrie – Juillet 2024

Durée 2h30 – 4 pages – répondre directement dans les cadres – pas de calculatrice

Question 1 – Équation trigonométrique

Soit l'équation trigonométrique :

$$2 \sin(2x) + \cos(2x) = -2 \quad (1)$$

1a Trouvez *toutes les solutions* dans \mathbb{R} de l'équation (1) ($\simeq 8$ points).

NOM

NUMÉRO

UCLouvain

Prénom

page 2/4



UCLouvain - Trigonométrie – Juillet 2024

Durée 2h30 – 4 pages – répondre directement dans les cadres – pas de calculatrice

1b Dessinez toutes les solutions de (1) sur le cercle trigonométrique ($\simeq 1$ point).

NOM	NUMÉRO	UCLouvain
Prénom		page 3/4



ÉCOLE
POLYTECHNIQUE
DE LOUVAIN

UCLouvain - Trigonométrie – Juillet 2024

Durée 2h30 – 4 pages – répondre directement dans les cadres – pas de calculatrice

Question 2 – Triangle isocèle.

Soit un triangle isocèle ABC avec $|AB| = |AC|$. Le cercle inscrit \mathcal{C} à ce triangle ABC est de rayon r et l'angle $\widehat{ABC} = 2\theta$. Les valeurs r et θ sont des données.

2a Utilisez ce cadre pour faire un dessin clair des différents éléments du problème ($\simeq 1$ point).

2b Calculez l'aire S du triangle ABC en fonction de r et de θ ($\simeq 5$ points).

**Question 3 – Questions à boîtes fermées (\simeq 5 points)**

Dans la suite sont proposées 5 questions courtes auxquelles il vous est demandé de donner **uniquement la réponse finale**. Chaque question compte pour 1/5 des points de la question 3.

3a Trouvez les solutions dans l'intervalle $]0, \pi[$ de l'équation

$$\sin(x) + \sin(2x) + \sin(3x) = 0.$$

$$x = \boxed{}$$

3b Sachant que la $\tan(10^\circ) \simeq 9/50$, donnez une approximation de $\sin(20^\circ)$ sous forme d'une fraction.

$$\sin(20^\circ) \simeq \boxed{}$$

3c Dans un triangle quelconque ABC , l'angle $\widehat{BAC} = \pi/6$ et le côté AC mesure 2 cm. L'aire de ce triangle vaut 3 cm^2 . Donnez une expression algébrique précise $|BC|$ de la longueur du côté BC , exprimée en cm.

$$|BC| = \boxed{}$$

3d Calculez

$$\tan(\pi/12) = \boxed{}$$

3e Calculez

$$\arctan(2) - \arctan(-3) = \boxed{}$$

NOM	NUMÉRO	UCLouvain
Prénom		page 1/4



ÉCOLE
POLYTECHNIQUE
DE LOUVAIN

UCLouvain - Trigonométrie – Septembre 2024

Durée 2h30 – 4 pages – répondre directement dans les cadres – pas de calculatrice

Question 1 – Équation trigonométrique

1a Pour quelles valeurs du nombre réel m , l'équation trigonométrique suivante admet-elle des solutions dans \mathbb{R} ? (\simeq 4 points)

$$\sqrt{3} \cos(2x) - \sin(2x) = m. \quad (1)$$

NOM

NUMÉRO

UCLouvain

Prénom

page 2/4



UCLouvain - Trigonométrie – Septembre 2024

Durée 2h30 – 4 pages – répondre directement dans les cadres – pas de calculatrice

1b Résoudre l'équation (1) dans \mathbb{R} si $m = \sqrt{3}$ et représenter toutes les solutions sur le cercle trigonométrique. (\simeq 6 points)

NOM	NUMÉRO	UCLouvain
Prénom		page 3/4



ÉCOLE
POLYTECHNIQUE
DE LOUVAIN

UCLouvain - Trigonométrie – Septembre 2024

Durée 2h30 – 4 pages – répondre directement dans les cadres – pas de calculatrice

Question 2 – Triangle quelconque.

Soit un triangle ABC . On note $c = |AB|$ la longueur du côté AB , $b = |AC|$ la longueur du côté AC et $a = |BC|$ la longueur du côté BC . Soit X un point appartenant au côté BC .

2a Utilisez ce cadre pour faire un dessin clair des différents éléments du problème ($\simeq 1$ point).

2b Calculez en fonction de a , b et c la longueur $x = |BX|$ du segment BX pour que les angles \widehat{XAB} et \widehat{CAX} soient identiques. ($\simeq 4$ points)

Question 3 – Questions à boîtes fermées (\simeq 5 points)

Dans la suite sont proposées 5 questions courtes auxquelles il vous est demandé de donner **uniquement la réponse finale**. (\simeq 5 points).

3a Sachant que $\sin(x) = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$, calculez l'expression exacte de

$$\cos(4x) + \frac{1}{4} = \boxed{}$$

3b Sachant que $\cos(36^\circ) = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$, simplifiez l'expression

$$\sin(36^\circ + x) - \sin(36^\circ - x) + \sin(72^\circ - x) - \sin(72^\circ + x) = \boxed{}$$

3c Dans un triangle ABC , a est la longueur du côté opposé à l'angle \hat{A} , b est la longueur du côté opposé à l'angle \hat{B} et c est la longueur du côté opposé à l'angle \hat{C} . Sachant que $\hat{A} = 60^\circ$ et $\hat{B} = 45^\circ$, donnez une expression algébrique de

$$\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1) \frac{a + b}{c} = \boxed{}$$

3d Calculez

$$4 - \sqrt{2}(\sqrt{3} - 1) \tan(\pi/24) = \boxed{}$$

3e La hauteur d'un château doit être déterminée mais celui-ci est entouré de douves (d'eau). Il n'est donc pas possible de s'approcher plus du château. Un géomètre décide donc de se placer au pied des douves et pointe le dessus du château à un angle de 60° . Ensuite, il recule de précisément 30m (toujours du même côté du château) et pointe le dessus du château à un angle de 30° . Quelle est la hauteur h de ce château ? On supposera que $\sqrt{3} \simeq 1.7$.

$$h = \boxed{}$$