1 Calculer :

(a) $\log_6 12 + \log_6 3 =$ ....
(b) $\log 250 + \log 40 =$ ....
(c) $\log_8 \frac{3}{64} + \log_8 \frac{1}{3} =$ ....
(d) $\log_6 72 - \log_6 2 =$ ....
(e) $\log_{12} 2 - \log_{12} 288 =$ ....
(f) $\log_2 \frac{3}{4} - \log_2 \frac{3}{8} =$ ....
(g) $\log_3 9^{35} =$ ....
(h) $\log \sqrt{1000} =$ ....

2 Sachant que $a \in \mathbb{R}_0^+ \setminus \{1\}$, déterminez les logarithmes suivants :

(a) $\log_a a^3$
(b) $\log_a \sqrt{a}$
(c) $\log_a \frac{1}{a^2}$
(d) $\log_a \sqrt[3]{a^5}$
(e) $\log_a \frac{1}{\sqrt[4]{a}}$
(f) $\log_a \frac{1}{a^2 \sqrt[4]{a}}$

3 En utilisant les propriétés des logarithmes, calculer sans calculatrice $\log_5 \left(\frac{\sqrt[3]{5}}{25}\right)$

4 En utilisant les lois des logarithmes, simplifie l'expression suivante :

$$\log_4\left(6x^2\right) + \log_4\left(9xy\right) - \log_4\left(2y\right)$$

5 Utilisez les propriétés des logarithmes pour développer $\log_6\left(\frac{216}{x^3 y}\right)^4$ (avec $x, y \in \mathbb{R}_0^+$)
La réponse attendue contiendra une somme de trois termes dont deux faisant intervenir $\log_6 x$ et $\log_6 y$ à un facteur multiplicatif près.

6 Si $\log_a x^2 = 0{,}6$, trouve la valeur de $\log_a \sqrt{x}$.

7 Si $\log_a \mathrm{M} = x$ et $\log_b \mathrm{M} = y$, prouve que $\log_{ab} \mathrm{M} = \frac{xy}{x+y}$.

8 Si $\log_b 2 = p, \log_b 3 = q$ et $\log_b 5 = r$, trouve $\log_b\left(\frac{50}{27}\right)$ en termes de p, q, et r.

9 Sachant que $a > 1$, $t > 0$, $s > 0$ et que $\log_a\left(t^3\right) = p$, $\log_{\sqrt{a}}\left(s^2\right) = q$, exprimer $\log_a(st)$ uniquement en fonction de p et q.

10 Résolvez les équations suivantes d'inconnue x ($a \in \mathbb{R}_0^+ \setminus \{1\}$) :

(a) $\log_x 125 = 3$
(b) $\log_2 x = 7$
(c) $\log_x a = 1$
(d) $\log 10^{-12} = x - 1$
(e) $\log_x 2 = -2$
(f) $\log_3(x^2+1) = 2$

11 Résoudre dans $\mathbb{R}$: (n'oubliez pas les CE!)

(a) $\log_{0,3} x = 1$
(b) $\log x = -2$
(c) $\log_2(x-3) + \log_2 x = 2$
(d) $\log_8(x-5) + \log_8(x+2) = 1$
(e) $\log_3(1-3^x) = x + \log_3 4$
(f) $\log\left(1 - \log x\right) - 2 = 0$
(g) $\log_{3/5}(x+1) \geq 2$
(h) $\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1-x^2}{x}\right) < \log_3(x)$

12 Les fonctions $f : x \mapsto \log(x-1) - \log(x+4)$ et $g : x \mapsto \log\left(\frac{x-1}{x+4}\right)$ sont-elles égales ?
Rappel : *Deux fonctions sont égales lorsque leurs expressions analytiques* ***ET*** *leurs domaines de définition sont égaux.*

13 Rechercher le domaine de définition de la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\,;\ x \mapsto \log_x(1-x^2)$.