

Quelques exercices "simples"

1. Donner le D.L. à l'ordre 4 au voisinage de 0 de la fonction $x \mapsto e^{2x}$.
2. (a) Donner le D.L. à l'ordre 4 au voisinage de 0 de la fonction $x \mapsto e^{-x}$.
(b) Donner le D.L. à l'ordre 4 au voisinage de 0 de la fonction f définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

3. (a) Donner le D.L. à l'ordre 3 au voisinage de 0 de la fonction $x \mapsto e^x \sin x$.
(b) Donner le D.L. à l'ordre 3 au voisinage de 0 de la fonction $x \mapsto \frac{e^x}{1+x}$.
4. Donner le D.L. à l'ordre 3 au voisinage de 0 de la fonction $x \mapsto \frac{1+x}{1-x}$.
5. (a) Donner le D.L. à l'ordre 4 au voisinage de 0 de la fonction $x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$.
(b) En déduire le D.L. à l'ordre 5 au voisinage de 0 de la fonction $x \mapsto \arctan x$.
6. (a) Donner le D.L. à l'ordre 3 au voisinage de 0 de la fonction $x \mapsto \frac{1}{2+x}$.
(b) En déduire le D.L. à l'ordre 4 au voisinage de 0 de la fonction $x \mapsto \ln(2+x)$.
7. Déterminer le développement limité en 0 de :
 - (a) $x \mapsto \arctan(x)$, à l'ordre n ;
 - (b) $x \mapsto \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$, à l'ordre n ;
 - (c) $x \mapsto \arccos(x)$, à l'ordre 5;
8. En se rappelant que $\tan' = 1 + \tan^2$, déduire du développement limité de \tan à l'ordre 0 celui à l'ordre 1, puis répéter l'opération plusieurs fois.
9. Déterminer le développement limité de :
 - (a) $x \mapsto \sin(x)$, à l'ordre 4 en $\pi/2$;
 - (b) $x \mapsto \arctan(x)$, à l'ordre 3 en 1 ;
 - (c) $x \mapsto \ln(x)$, à l'ordre 3 en 1;
 - (d) $x \mapsto e^x$, à l'ordre 4 en 1.