NOM ______________________ **PRENOM** ______________________ **classe** ...

Les questions sont à choix multiples et à réponses multiples. Cela signifie qu'il peut y avoir une ou plusieurs bonnes réponses par question. Pour chaque bonne réponse que vous **entourez**, vous gagnez un point. Mais, si vous **entourez** une mauvaise réponse, vous perdrez une demi-point. Donc, si vous n'êtes pas sûr(e) d'une réponse, mieux vaut ne rien **entourez** du tout pour ne pas perdre de points.

Enfin, si vous n'**entourez** pas une bonne réponse, cela ne vous enlèvera pas de points. Mais bien sûr, cela ne vous rapportera pas non plus de points. Assurez-vous donc de bien lire chaque item et de prendre le temps de réfléchir avant de choisir votre réponse.

1 Deux laboratoires proposent chacun leur vaccin contre la grippe. On sait qu'un quart de la population a utilisé le vaccin 1 et un sixième le vaccin 2. Il n'est pas possible pour un individu d'être vacciné deux fois. L'épidémie ayant eu lieu, on constate que 1 % des malades ont utilisé le vaccin 1 et 0,6 % le vaccin 2.

On choisit au hasard un individu dans la population, on note M = « l'individu est malade », V_1 = « l'individu a reçu le vaccin 1 », V_2 = « l'individu a reçu le vaccin 2 ».

(A) La probabilité que l'individu soit vacciné est $P(V_1) + P(V_2)$

(B) Les données ne permettent pas de calculer $P(M\,|\,\overline{V_1})$

(C) $P(V_1) = \dfrac{1}{100}$

(D) $P(\overline{V_2}\,|\,M) = 0,94$

(E) $\dfrac{P(M\,|\,\overline{V_2})}{P(M\,|\,V_2)} = \dfrac{P(\overline{V_2}\,|\,M)P(V_2)}{P(V_2\,|\,M)P\left(\overline{V_2}\right)}$

Solution: VVFFV

$P(V_1) = 1/4$; $P(V_2) = 1/6$; $P(V_1|M) = 1/100$ et $P(V_2|M) = 6/1000$

(A) Il n'est pas possible pour un individu d'être vacciné deux fois

$\Longrightarrow$ indépendance $\Longrightarrow$ $P(V_1 \cup V_2) = P(V_1) + P(V_2)$

(B)
$$\begin{aligned}P(M\,|\,\overline{V_1}) &= \frac{P(M\cap\overline{V_1})}{P(\overline{V_1})}\\ &= \frac{P(M) - P(M\cap V_1)}{1-P(V_1)}\\ &= \frac{P(M)-P(V_1|M)\cdot P(M)}{1-P(V_1)}\\ &= \frac{P(M)(1-P(V_1|M))}{1-P(V_1)}\\ &= \frac{P(M)\cdot 99/100}{3/4}\end{aligned}$$

mais on ne donne pas $P(M)$, donc on ne peut pas calculer $P(M\,|\,\overline{V_1})$

(C) $P(V_1) = 0,25 \neq 0,01$

(D) $P(\overline{V_2}\,|\,M) = 1 - P(V_2\,|\,M) = 1 - 0,006 = 0,994 \neq 0,94$

(E)
$$\begin{aligned}\frac{P(M\,|\,\overline{V_2})}{P(M\,|\,V_2)} &= \frac{P(M\cap\overline{V_2})\cdot P(V_2)}{P(\overline{V_2})\cdot P(M\cap V_2)}\\ &= \frac{P(\overline{V_2}\cap M)\cdot P(V_2)}{P(V_2\cap M)\cdot P(\overline{V_2})}\\ &= \frac{P(\overline{V_2}\,|\,M)\cdot P(M)\cdot P(V_2)}{P(V_2\,|\,M)\cdot P(M)\cdot P(\overline{V_2})}\\ &= \frac{P(\overline{V_2}\,|\,M)\cdot P(V_2)}{P(V_2\,|\,M)\cdot P(\overline{V_2})}\end{aligned}$$

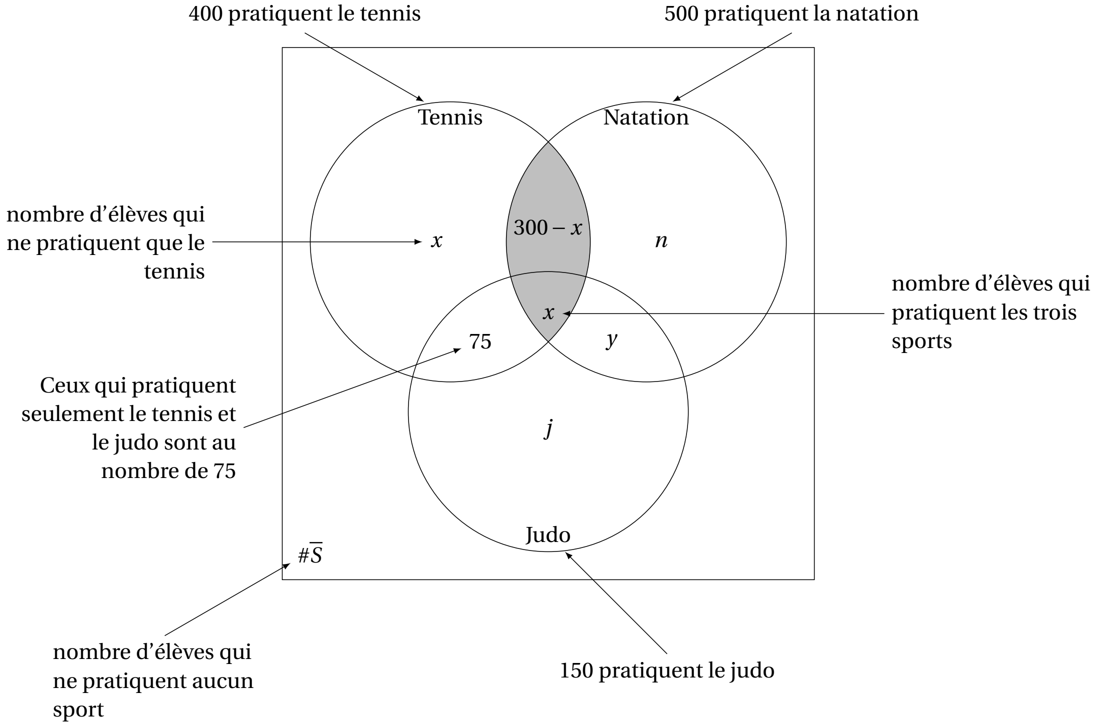
2 Nous possédons les informations suivantes concernant trois sports pratiqués par les 1500 élèves d'une grande école de management.

— 400 pratiquent le tennis, 500 la natation et 150 le judo
— 300 pratiquent le tennis et la natation
— Il y a autant d'élèves à pratiquer les trois sports que d'élèves qui ne pratiquent que le tennis
— Ceux qui pratiquent seulement le tennis et le judo sont au nombre de 75
— 400 élèves pratiquent exactement deux sports.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

(A) 25 élèves pratiquent uniquement le tennis
(B) Aucun élève ne pratique exclusivement le judo
(C) Ceux qui pratiquent seulement la natation et le judo sont au nombre de 40
(D) 900 élèves ne pratiquent aucun des sports cités.

Solution: VVFV



— 400 élèves pratiquent le tennis : $400 = 300 - x + x + 75 + x \implies x = 25$
— 400 élèves pratiquent exactement deux sports : $400 = 300 - x + y + 75 \implies y = 50$

De plus :

— 150 élèves pratiquent le judo :
$j = 150 - 75 - x - y \implies j = 0 \implies$ Aucun élève ne pratique exclusivement le judo
— 500 élèves pratiquent la natation : $n = 500 - 300 - y \implies n = 150$

L'ensemble des élèves pratiquant au moins l'un des trois sports compte 600 individus. Par conséquent, le nombre d'élèves ne participant à aucune de ces activités s'élève à $1500 - 600 = 900$.

3 Dans une mare vivent des grenouilles vertes et des rainettes. 30 % des grenouilles sont des rainettes et donc 70 % des grenouilles sont des grenouilles vertes.

Un héron mange 10 % des rainettes et 20 % des grenouilles vertes.

Alors la probabilité

(A) qu'une rainette soit mangée par le héron est $\frac{1}{10}$
(B) qu'une grenouille verte soit mangée par le héron est $\frac{1}{5}$

(C) qu'une grenouille soit mangée par le héron est $\frac{13}{21}$

(D) qu'une grenouille soit une rainette et mangée par le héron est $\frac{3}{100}$

(E) qu'une grenouille mangée par le héron soit une rainette est $\frac{63}{100}$

Solution: VVFVF

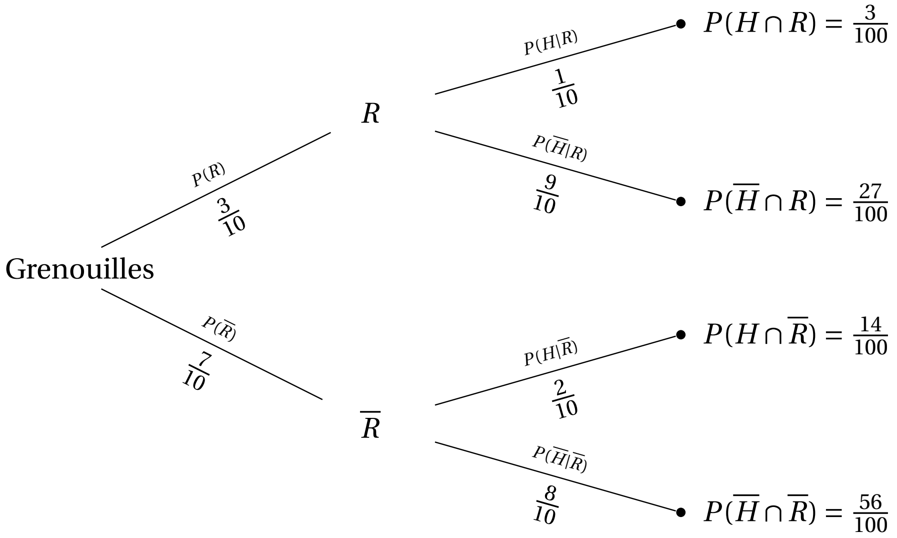
on travaille avec l'univers des grenouilles et l'énoncé donne :

$P(R) = 0{,}30$: probabilité qu'une grenouille soit une rainette

$P(\overline{R}) = 0{,}70$ probabilité qu'une grenouille soit une grenouille verte

$P(H|R) = 0{,}10 \equiv$ une rainette est mangée par le héron avec probabilité 10 % (A est vraie)

$P(H|\overline{R}) = 0{,}20 = \frac{1}{5} \equiv$ une grenouille verte est mangée par le héron avec probabilité $\frac{1}{5}$ (B est vraie)



H = "une grenouille est mangée par le héron"

$$P(H) = P(H \cap R) + P(H \cap \overline{R}) = \frac{17}{100} \neq \frac{13}{21}$$

l'affirmation C est fausse.

Une grenouille est une rainette et est mangée par le héron : c'est l'intersection $H \cap R$

$$P(R \cap H) = P(R) \cdot P(H|R) = 0{,}30 \cdot 0{,}10 = 0{,}03 = \frac{3}{100}$$

l'affirmation D est vraie

Une grenouille mangée par le héron est une rainette : c'est une probabilité conditionnelle inverse :

$$P(R|H) = \frac{P(R \cap H)}{P(H)} = \frac{0{,}03}{0{,}17} = \frac{3}{17} \neq \frac{63}{100}$$

l'affirmation E est fausse.