Nom, Prénom : ________________________________ **CLASSE :** ______

Consignes de l'évaluation :

— Chaque question est suivie de plusieurs propositions identifiées par des lettres (**A**, **B**, **C**, etc.).
— Une ou plusieurs de ces propositions peuvent être correctes.
— Vous devez **entourer la ou les lettres** correspondant uniquement aux réponses que vous jugez correctes.
— Chaque réponse correcte entourée rapporte **+2 points**.
— Chaque réponse incorrecte entourée entraîne une **pénalité de -0,5 point**.
— Les réponses non entourées, qu'elles soient correctes ou incorrectes, ne modifient pas votre score.

Prenez le temps d'analyser chaque proposition. Aucune justification n'est requise. Votre objectif est de maximiser votre score en sélectionnant avec discernement les bonnes réponses.

---

1. Le responsable Ressources Humaines d'une entreprise a reçu dix candidatures pour un poste de manager. Il a informé le directeur que parmi les candidats :

- Il y a 6 femmes et 4 hommes.
- Ils sont tous titulaires d'un master et d'un seul dont la spécialisation est soit marketing, soit finance, soit communication digitale.
- Le nombre de candidats titulaires d'un master spécialisation marketing est égal à trois.
- Il y a un seul master spécialisation finance dont le titulaire est un homme.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

A. Les trois titulaires d'un master spécialisation marketing sont des hommes.

B. Il y a autant de masters spécialisation marketing chez les femmes que de masters spécialisation communication digitale chez les hommes.

C. Le nombre de masters spécialisation communication digitale chez les femmes est au moins égal à 3.

D. Il y a plus de masters spécialisation marketing chez les femmes que chez les hommes.

SOLUTION

Spécialisation	Femmes	Hommes	Total
Marketing	m_f	m_h	3
Finance	0	1	1
Communication digitale	c_f	c_h	6
Total	6	4	10

si $m_h = 3$ alors :

Spécialisation	Femmes	Hommes	Total
Marketing	0	3	3
Finance	0	1	1
Communication digitale	6	0	6
Total	6	4	10

si $m_h = 2$ alors :

Spécialisation	Femmes	Hommes	Total
Marketing	1	2	3
Finance	0	1	1
Communication digitale	5	1	6
Total	6	4	10

si $m_h = 1$ alors :

Spécialisation	Femmes	Hommes	Total
Marketing	2	1	3
Finance	0	1	1
Communication digitale	4	2	6
Total	6	4	10

si $m_h = 0$ alors :

Spécialisation	Femmes	Hommes	Total
Marketing	3	0	3
Finance	0	1	1
Communication digitale	3	3	6
Total	6	4	10

Conclusion :

— **A.** Faux

— **B.** Vrai

— **C.** Vrai

— **D.** Faux

2. Une enquête est réalisée, auprès de clients d'un magasin de bricolage, sur leurs achats au cours du mois écoulé, concernant 3 articles, à savoir : une tondeuse, un salon de jardin et un parasol.

Sur les 300 personnes interrogées :

- 62 ont répondu avoir acheté uniquement un salon de jardin, 120 avoir acheté un parasol et 40 avoir acheté une tondeuse.
- Les personnes ayant acheté uniquement un parasol sont 4 fois plus nombreuses que celles ayant acheté uniquement une tondeuse.
- Parmi les personnes ayant acheté une tondeuse, un quart d'entre elles ont également acheté un parasol mais pas de salon de jardin.
- 30 personnes ont à la fois acheté un parasol et un salon de jardin.
- 8 personnes ont acheté une tondeuse et un salon de jardin mais pas de parasol.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

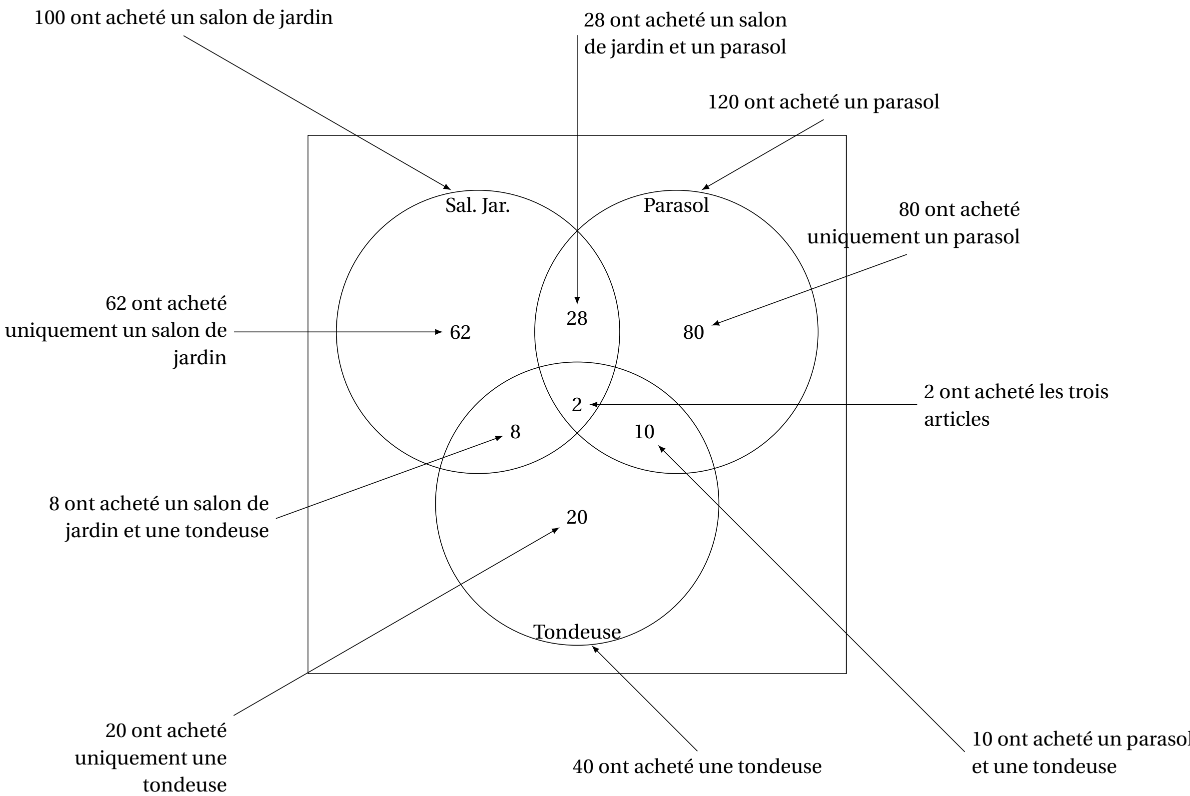
A. 200 personnes n'ont pas acheté de salon de jardin.

B. 80 personnes n'ont réalisé aucun achat de ces 3 articles.

C. 4 personnes ont acheté une tondeuse, un salon de jardin et un parasol.

D. 20 personnes ont acheté uniquement une tondeuse.

SOLUTION



Conclusion :

- **A.** Faux
- **B.** Faux
- **C.** Vrai
- **D.** Vrai

3. Dans une équipe sportive, chaque fille a 2 fois plus de coéquipiers que de coéquipières. 40 % des membres composant cette équipe ont participé à l'entraînement de jeudi dernier. La moitié des filles et 23 garçons au total ont participé à cet entraînement.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

A. Chaque garçon de ce groupe a deux fois moins de coéquipières que de coéquipiers.

B. 40 % des garçons ont participé à l'entraînement de jeudi dernier.

C. Le nombre de filles de cette équipe est égal à 32.

D. Le nombre de garçons de cette équipe est un multiple de 3.

SOLUTION

Soit x filles dans cette équipe. Chaque fille a 2 fois plus de coéquipiers que de coéquipières : chaque fille a $x-1$ coéquipières (les autres filles) et y coéquipiers (les garçons).

Donc

$$y = 2(x-1) \implies y = 2x-2$$

40% des membres de l'équipe ont participé à l'entraînement, soit

$$0{,}4(x+y)$$

La moitié des filles donc $\frac{x}{2}$, et 23 garçons y ont participé.

Donc

$$\frac{x}{2} + 23 = 0{,}4(x+y) \iff \frac{x}{2} + 23 = \frac{2}{5}(3x-2) \iff x = 34$$

il y a 34 filles et 66 garçons.

Conclusion :

- **A.** Faux
- **B.** Faux
- **C.** Faux
- **D.** Vrai

4. Soit la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{3+e^x}{1-2e^x}.$$

Soit $\mathscr{D}_f$ l'ensemble de définition de f.

A. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, la fonction f est définie

B. $f'(x) = \frac{e^x}{1+2e^x} + \frac{2e^x(e^x+3)}{(1-2e^x)^2}$.

C. $f'(\ln(1)) = 7$

D. f est strictement croissante pour tout $x \in \mathscr{D}_f$.

SOLUTION

Conclusion :

- **A.** Faux $x \neq \ln\left(\frac{1}{2}\right)$ ou $-\ln(2)$
- **B.** Faux $f'(x) = \frac{7e^x}{(1-2e^x)^2}$
- **C.** Vrai $f'(\ln(1)) = \frac{7}{(1-2)^2}$
- **D.** Faux $f' > 0$ pour $x < -1$ et pour $x > -1$ mais pas sur son domaine complet.

5. On jette deux dés cubiques normaux et non pipés, l'un noir, l'autre blanc. Les faces de chacun des dés sont numérotées de 1 à 6. On note n la face apparente du dé noir et b celle du dé blanc.
Soit E l'équation du second degré dans $\mathbb{R}$: $x^2 - 2nx + b^2 = 0$ alors :

A. La probabilité que E ait une racine double est égale à $\frac{1}{6}$

B. La probabilité que E n'ait aucune racine réelle est égale à $\frac{5}{12}$

C. La probabilité que E ait deux racines réelles distinctes est égale à $\frac{5}{12}$

D. Si E a deux racines réelles distinctes, la probabilité qu'elles soient de même signe est égale a $\frac{1}{2}$.

SOLUTION

$$\rho = (-2n)^2 - 4\cdot 1\cdot b^2 = 4n^2 - 4b^2 = 4(n^2 - b^2)$$

- Racine double $\iff \rho = 0 \iff n^2 = b^2 \iff n = b$
- Aucune racine réelle $\iff \rho < 0 \iff n^2 < b^2$
- Deux racines réelles distinctes $\iff \rho > 0 \iff n^2 > b^2$

Proposition A : racine double $\iff n = b$

Il y a 6 cas favorables : $(1,1), (2,2), \dots, (6,6)$ P(racine double) $= \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ **Vrai**

Proposition B : pas de racine réelle $\iff n^2 < b^2 \iff n < b$

On compte les cas :

- $n = 1 : b = 2,3,4,5,6 \to 5$ cas
- $n = 2 : b = 3,4,5,6 \to 4$ cas
- $n = 3 : b = 4,5,6 \to 3$ cas
- $n = 4 : b = 5,6 \to 2$ cas
- $n = 5 : b = 6 \to 1$ cas
- $n = 6$: aucun $b > 6 \to 0$ cas

Total : $5+4+3+2+1=15$ cas P(pas de racines réelles) $= \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$ **Vrai**

Proposition C : deux racines réelles distinctes $\iff n > b$
On compte :

- $n=2 : b=1 \to 1$ cas
- $n=3 : b=1,2 \to 2$ cas
- $n=4 : b=1,2,3 \to 3$ cas
- $n=5 : b=1,2,3,4 \to 4$ cas
- $n=6 : b=1,2,3,4,5 \to 5$ cas

Total : $1+2+3+4+5=15$ cas P(deux racines réelles distinctes) $= \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$ **Vrai**

Proposition D : Étudions le signe des racines lorsque $n > b$
Les racines sont données par :

$$x = n \pm \sqrt{n^2 - b^2}$$

Les deux racines sont strictement positives car :

- Le discriminant est positif donc il y a deux racines réelles distinctes
- La somme des racines est $2n > 0$
- Le produit des racines est $b^2 > 0$

Donc les deux racines sont **toujours du même signe** (positives).

$$\implies \text{P(racines de même signe | deux réelles distinctes)} = 1 \quad \textbf{Faux}$$

Conclusion :

- **A.** Vrai
- **B.** Vrai
- **C.** Vrai
- **D.** Faux

6. Une usine a fabriqué des clous de 1,8 centimètres de longueur.
Ces clous sont stockés dans une caisse.
On note X la variable aléatoire ayant pour valeurs les longueurs de clous possibles exprimées en centimètres, p_i la probabilité qu'un clou soit de longueur x_i. On donne :

x_i	1,4	1,6	1,8	2	2,2
p_i	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$

A. L'espérance mathématique de X est 1,8

B. Si on prélève un clou au hasard dans la caisse, la probabilité qu'il mesure 2 centimètres ou plus est égale à $\frac{1}{4}$

C. Quatre fois de suite, on prélève au hasard un clou dans la caisse, on le mesure et on l'y remet. La probabilité d'avoir prélevé un ou plusieurs clous mesurant 1,4 centimètres est égale à $\left(\frac{1}{12}\right)^4$

D. Quatre fois de suite, on prélève au hasard un clou dans la caisse, on le mesure et on l'y remet. La probabilité d'avoir prélevé un ou plusieurs clous de longueur strictement inférieure à 1,6 centimètre est $1 - \left(\frac{11}{12}\right)^4$

SOLUTION

- $E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot p_i = 1,4 \times \frac{1}{12} + 1,6 \times \frac{1}{6} + 1,8 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{6} + 2,2 \times \frac{1}{12} = 1,8$
- nous devons additionner les probabilités des clous dont la longueur est supérieure ou égale à 2 centimètres.
- $P(\text{clou} \geq 2 \text{ cm}) = P(x_i = 2) + P(x_i = 2,2) = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$
- Soit A = avoir prélevé un ou plusieurs clous mesurant 1,4 centimètres
  alors $\overline{A}$ = n'avoir prélevé aucun clou mesurant 1,4 centimètres
  On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de clou de mesurant 1,4 cm

  $$P\left(\overline{A}\right) = P[X = 0] = C_4^0 \times \left(\frac{1}{12}\right)^0 \times \left(\frac{11}{12}\right)^4 = \left(\frac{11}{12}\right)^4$$

  Donc proba d'avoir au moins un clou de 1,4 cm : $P(A) = 1 - \left(\frac{11}{12}\right)^4 \neq \left(\frac{1}{12}\right)^4$ (est la proba d'en tirer exactement 4 fois de suite un clou de 1,4 cm)
- Proba d'avoir au moins un clou de longueur < 1,6 cm en 4 essais : seuls les clous de 1,4 cm répondent à cette condition (item précédent!).
  La probabilité d'en avoir tiré **au moins un** en 4 prélèvements avec remise est :

  $$1 - \left(1 - \frac{1}{12}\right)^4 = 1 - \left(\frac{11}{12}\right)^4$$

Conclusion :

- **A.** Vrai
- **B.** Vrai
- **C.** Faux
- **D.** Vrai

7. Soit la fonction f définie par $f(x) = \ln\left(x^4 - 1\right)$. Soit $\mathscr{D}_f$ l'ensemble de définition de f.

A. L'ensemble de définition est $\mathscr{D}_f =]0\,;\,+\infty[$

B. Pour tout $x \in \mathscr{D}_f$, $f'(x) = \frac{1}{x^4-1}$

C. f est strictement croissante sur $\mathscr{D}_f$

D. $f(x) = \ln\left(x^4\right) - \ln(1)$

SOLUTION

A. $x^4 - 1 > 0 \iff x^2 - 1 > 0 \iff x \in]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[\implies$ **A.** faux

B. $f'(x) = \dfrac{1}{x^4 - 1} \cdot (x^4 - 1)' = \dfrac{4x^3}{x^4 - 1} \implies$ **B.** faux

C. f' change de signe sur $\mathscr{D}_f \implies$ **C.** faux

D. $\ln(1) = 0 \implies \ln\left(x^4\right) - \ln(1) = \ln\left(x^4\right) \neq f(x) \implies$ **D.** faux