1 Calculer la limite suivante $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{3x+4}{3x+1}\right)^{2x-1}$ …/2

2 Soit la fonction f définie par $f(x)=\left(2x^2-3x+2\right)\mathbf{e}^{-x+2}$.

(a) Déterminer le domaine de définition. Calculer les limites de f aux bornes du domaine de définition et étudier l'existence d'asymptotes éventuelles. …/3

(b) Démontrer que $f'(x)=\left(-2x^2+7x-5\right)\mathbf{e}^{-x+2}$. …/2
Établir le tableau de variation de f en précisant les extrema éventuels.

(c) Calculer la dérivée seconde, établir le tableau de concavité en indiquant les points d'inflexion éventuels. …/3

(d) Tracer le graphe de f dans un repère orthonormé d'unité 1 cm. …/2

3 Calculer les dérivées premières de :

à connaître : $(\ln x)'=\frac{1}{x}$ (preuve obtenue à partie de la relation $\mathbf{e}^{\ln x}=x$)

(a) $\ln(\ln(ax))\quad(a\in\mathbb{R}_0)$ …/2

(b) $\ln(\arctan(\mathbf{e}^x))$ …/2

(c) $\dfrac{\ln x}{x\cdot\mathbf{e}^x}$ …/2

(d) $\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$ …/2

4 Calcule les limites suivantes et interprète graphiquement le résultat.

(a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+2\cdot\ln x}{x}$ …/2

(b) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(1+x)-\ln(1-x)}{x}$ …/2

5 Au temps initial ($t=0$), une réaction chimique impliquant la substance A a été initiée. …/5

Au cours de cette réaction, la masse m de la substance A varie selon la relation suivante :

$$m(t)=a\cdot2^{-0.05\cdot t}+b\quad\text{pour } t\geq0$$

où :
— m : masse de la substance A exprimée en grammes,
— t : temps exprimé en secondes (à partir de $t=0$),
— a,b : coefficients numériques.
La masse initiale de la substance A (à $t=0$) est égale à m_0 grammes.

Lorsque l'équilibre est atteint ($t\to+\infty$), la masse de cette substance est égale à $\frac{1}{9}$ de sa masse initiale (voir graphique 1 page suivante).

Calculez après combien de secondes (à partir du début de la réaction) 87,5 % de la masse initiale de cette substance auront réagi. **Montrez vos calculs.**

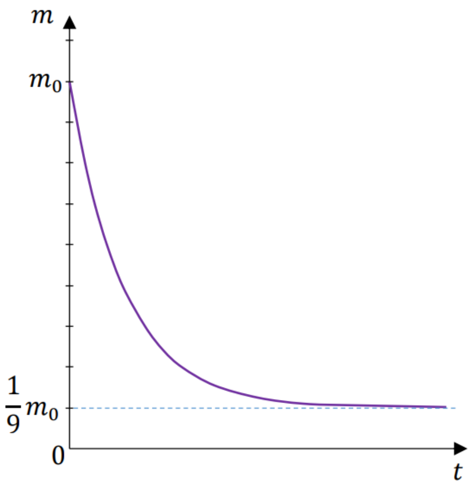

FIGURE 1 – Graphe d'une réaction chimique