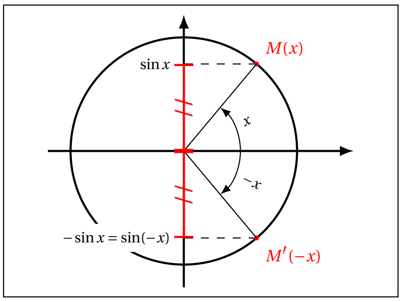
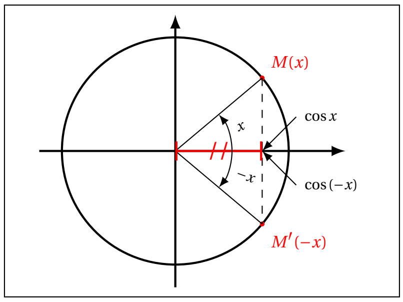
- Les formules des angles associés en trigonométrie sont très utiles pour simplifier des expressions trigonométriques, résoudre des équations trigonométriques, et effectuer des calculs trigonométriques plus rapidement et efficacement.
- Une identité trigonométrique est une relation impliquant des fonctions trigonométriques, vérifiée pour toutes les valeurs possibles des variables intervenant dans la relation.
  Ces identités peuvent servir à simplifier une expression comportant des fonctions trigonométriques ou à la transformer (par exemple pour en calculer une primitive). Elles constituent donc une boîte à outils utile pour la résolution de problèmes.

Les angles associés

1. **Angles opposés** :

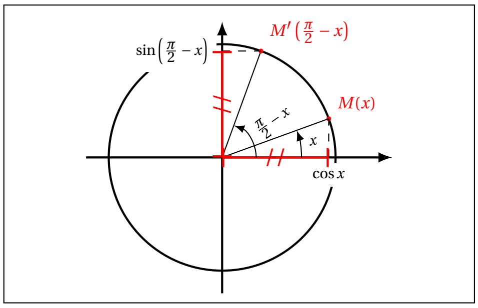
$$\sin(x) = -\sin(-x)$$
$$\cos(x) = \cos(-x)$$
$$\tan(x) = -\tan(-x)$$
$$\cot(x) = -\cot(-x)$$





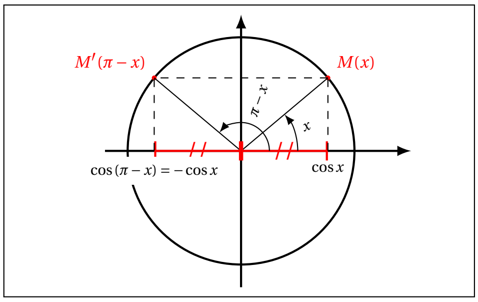
2. **Angles complémentaires** :

$$\sin(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$
$$\cos(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$
$$\tan(x) = \cot\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$
$$\cot(x) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$



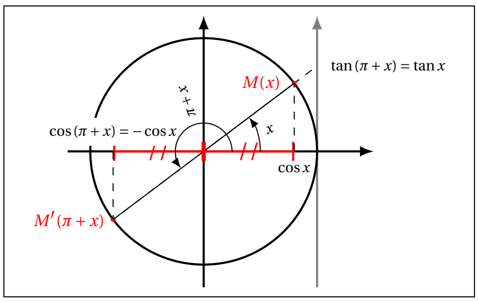
3. **Angles supplémentaires** :

$$\sin(x) = \sin(\pi - x)$$
$$\cos(x) = -\cos(\pi - x)$$
$$\tan(x) = -\tan(\pi - x)$$
$$\cot(x) = -\cot(\pi - x)$$



4. **Angles anti-supplémentaires** :

$$\sin(x) = -\sin(\pi + x)$$
$$\cos(x) = -\cos(\pi + x)$$
$$\tan(x) = \tan(\pi + x)$$
$$\cot(x) = \cot(\pi + x)$$



Identités trigonométriques de base

1. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ (Pythagore)
2. $1 + \tan^2 x = \sec^2 x$ où $\sec(x) = \frac{1}{\cos(x)}$ (la fonction sécante notée $\sec\theta$ est définie par $\frac{1}{\cos\theta}$)
3. $1 + \cot^2 x = \csc^2 x$ où $\csc(x) = \frac{1}{\sin(x)}$ (la fonction cosécante notée $\csc\theta$ est définie par $\frac{1}{\sin\theta}$)

Exercices

1 Simplifier les expressions suivantes en fonction de x uniquement :

(a) $\cos(270° + x)$

(b) $\sin(-x - 270°)$

(c) $\sin(x - 270°)$

(d) $\cos(x - 270°)$

(e) $\cos\left(-\frac{19\pi}{2} - x\right)$

(f) $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos(\pi - x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \sin(x)$

(g) $\dfrac{\tan(3\pi - x) - \operatorname{cotg}(-x)}{\operatorname{cotg}(5\pi + x) + \tan(2\pi - x)}$

(h) $\dfrac{\cos(\frac{\pi}{2} - a)\cos(\pi - a)\tan(a + 3\pi)}{\sin(\pi + a)\sin(-a)\cot(\frac{\pi}{2} + a)}$

(i) $\dfrac{\cot 430°}{\cos(-250°)} + \dfrac{\sin 215°}{\tan 575° \sin(-290°)\cos 145°}$

(j) $\dfrac{\cos(a - \frac{\pi}{2})\sin(\frac{3\pi}{2} + a)}{\tan(3\pi - a)\cot(a - 2\pi)}$

2 Prouver les identités suivantes

(a) $(\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta) = 1$

(b) $\dfrac{1 - \sin\theta}{1 + \sin\theta} = (\sec\theta - \tan\theta)^2$

(c) $\tan^2\theta\cos^2\theta + \cot^2\theta\sin^2\theta = 1$

(d) $\sec^4\theta - \sec^2\theta = \tan^4\theta + \tan^2\theta$

(e) $\sec\theta - \tan\theta = \dfrac{\cos\theta}{1 + \sin\theta}$

(f) $3\sin^2\theta + 4\cos^2\theta = \cos^2\theta + 3$

(g) $1 - \dfrac{\sin^2\theta}{1 + \cos\theta} = \cos\theta$

(h) $\cos^2\theta\left(1 + \tan^2\theta\right) = 1$